Printed Pages – 10

J-5122

B. Sc. B. Ed. (First Semester) Examination, Dec. 2024

MATHEMATICS

Paper : First (M-1.1) (Elective-III)

(Algebra, Trigonometry & Vector Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 30

Minimum Pass Marks : 11

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

*Note : Attempt all the **five** questions. **One** question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.*

इकाई-I

Unit-I

1. क्या निम्नलिखित स्तम्भ रैखिकतः परतंत्र है ?

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, X_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

यदि है तो उनके मध्य सम्बन्ध ज्ञात कीजिए।

Find whether following column vectors are linearly dependent or not?

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, X_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, X_4 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

If yes than find relation between then.

अथवा

Or

यदि A एक शून्येत्तर स्तम्भ आव्यूह और B एक शून्येत्तर पंक्ति आव्यूह है तो दर्शाइये कि—

$$\varrho(AB) = 1$$

If A is a non-zero column matrix and B is a non-zero Row matrix than show that :

$$\varrho(AB) = 1$$

2. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ का अभिलाक्षणिक बहुपद,

अभिलाक्षणिक समीकरण व अभिलाक्षणिक मान ज्ञात करें।

Find characteristics polynomials, characteristics equation and characteristics values of matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

दर्शाइये कि (मैट्रिक्स) आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

कैली-हैमिल्टन प्रमेय को सन्तुष्ट करता है।

Show that matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Satisfies Cayley-Hamilton's theorem.

इकाई-II

Unit-II

3. समीकरण

$$x^4 - 16x^3 + 86x^2 - 176x + 105 = 0$$

को हल कीजिए जबकि 1 और 7 समीकरण के दो मूल है।

Solve the following equation

$$x^4 - 16x^3 + 86x^2 - 176x + 105 = 0$$

where 1 & 7 are two roots of equation.

अथवा

Or

समीकरण

$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$ को हल कीजिए जबकि इसके मूल समान्तर श्रेणी में हैं।

Solve equation

$x^3 - 9x^2 + 23x - 15 = 0$, where roots of the equation are in A.P. (Arithmatic progression).

4. सिद्ध कीजिए कि निम्न समीकरण के कम से कम चार मूल काल्पनिक होंगे—

$$2x^7 - x^4 + 4x^3 - 5 = 0$$

Prove that following equation have at least four imaginary roots.

$$2x^7 - x^4 + 4x^3 - 5 = 0$$

अथवा

Or

समीकरण

$x^4 - 4x^3 - 18x^2 - 3x + 2 = 0$ को ऐसे समीकरण में रूपान्तरित कीजिए जिसमें तीसरा पद न हो।

Transform the equation

$x^4 - 4x^3 - 18x^2 - 3x + 2 = 0$, to one that does not contain the third term.

इकाई-III

Unit-III

5. $1 + i$ को ध्रुवीय रूप में लिखिए।

Write $1 + i$ in polar form.

अथवा

Or

यदि $2\cos\theta = x + (1/x)$ और $2\cos\phi = y + (1/y)$ तो सिद्ध कीजिए $x^m y^n + (1/x^m y^n)$ का एक मान $2\cos(m\theta + n\phi)$ है।

If $2\cos\theta = x + (1/x)$ and $2\cos\phi = y + (1/y)$ than prove that $2\cos(m\theta + n\phi)$ is one of the value of $x^m y^n + (1/x^m y^n)$.

6. समीकरण $x^7 + 1$ को हल कीजिए।

Solve equation $x^7 + 1$.

अथवा

Or

$(1 + i\sqrt{3})^{10} + (1 - i\sqrt{3})^{10}$ के सभी मानों को ज्ञात करें।

Find all the value of

$$(1 + i\sqrt{3})^{10} + (1 - i\sqrt{3})^{10}$$

इकाई-IV

Unit-IV

7. $\sin^8\theta$ को कोज्या श्रेणी में θ के गुणज में विस्तार करें।

Expand $\sin^8\theta$ into multiples of θ in the cosine series.

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\ldots\infty=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

Prove that :

$$1+\frac{1}{3}-\frac{1}{5}-\frac{1}{7}+\ldots\ldots\infty=\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$$

8. निम्नलिखित श्रेणी को जोड़िये—

$\sin\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha+\frac{1}{2^2}\sin 3\alpha+\ldots\ldots\infty$ (अनन्त पदों तक)

Sum the following series upto infinity :

$$\sin\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha+\frac{1}{2^2}\sin 3\alpha+\ldots\ldots\infty$$

PTO

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$\cos^9\theta = \frac{1}{2^8}$$

$$(\cos 9\theta + 9\cos 7\theta + 36\cos 5\theta + 84\cos 3\theta + 126\cos\theta)$$

Prove that :

$$\cos^9\theta = \frac{1}{2^8}$$

$$(\cos 9\theta + 9\cos 7\theta + 36\cos 5\theta + 84\cos 3\theta + 126\cos\theta)$$

इकाई-V

Unit-V

9. सिद्ध कीजिए—

$$a\times(b+c) = a\times b + a\times c$$

Prove that :

$$a\times(b+c) = a\times b + a\times c$$

अथवा

Or

यदि $a = \sin\theta i + \cos\theta j + \theta k$, $b = \cos\theta i - \sin\theta j - 3k$

$c = 2i + 3j - k$ तो $\theta = 0$ पर $\frac{d}{d\theta}\left[a \times (b \times c)\right]$ ज्ञात कीजिए।

If $a = \sin\theta i + \cos\theta j + \theta k$, $b = \cos\theta i - \sin\theta j - 3k$

$c = 2i + 3j - k$ then find $\frac{d}{d\theta}\left[a \times (b \times c)\right]$ at $\theta = 0$.

10. सिद्ध कीजिए कि—

$$(b \times c).(a \times d) + (c \times a).(b \times d) + (a \times b).(c \times d) = 0$$

Prove that :

$$(b \times c).(a \times d) + (c \times a).(b \times d) + (a \times b).(c \times d) = 0$$

अथवा

Or

यदि $r = xi + yj + zk$ तो सिद्ध करें—

$$grad\ r^n = nr^{n-2}.r \quad \because r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$

If $r = xi + yj + zk$ then prove that :

$$grad\ r^n = nr^{n-2}.r \text{ where } r^2 = x^2 + y^2 + z^2$$