

H-5140**B. Sc. B. Ed. (Third Semester) Examination, Dec. 2022****MATHEMATICS****Paper : Third (M-3-2)****(Elective-III)****(Differential Equation)****Time Allowed : Three hours****Maximum Marks : 30****Minimum Pass Marks : 11**

नोट : सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt all the questions. Two question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-1**Unit-1****1. घात श्रेणी विधि से हल कीजिए—**

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy = 0$$

H-5140**PTO****Solve by power series method**

$$\frac{d^2y}{dx^2} + xy = 0.$$

अथवा**Or****दर्शाइए कि—**

$$J_{\frac{3}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right)}$$

Prove that :

$$J_{\frac{3}{2}}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi x} \left(\frac{\sin x}{x} - \cos x \right)}$$

2. दर्शाइये कि—

$$x J_n'(x) = n J_n(x) - x J_{n+1}(x)$$

Prove that :

$$x J_n'(x) = n J_n(x) - x J_{n+1}(x)$$

अथवा**Or**

ऐच्छिक अवकल समीकरण का (श्रेणी) सीरीज हल ज्ञात कीजिए—

H-5140

$$4x \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

Find the series solution of the Linear differential equation :

$$4x \frac{d^2y}{dx^2} + 2 \frac{dy}{dx} + y = 0$$

इकाई-II

Unit-II

3. स्टर्म लिओविली समस्या $\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 ; y(0) = 0$
और $y(\pi) = 0$ के अभिलाक्षणिक मान और अभि-लाक्षणिक फलन ज्ञात कीजिए।

Find the eigen value and eigen functions of the Sturm-Liouville problem

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 \text{ and } y(0) = 0 \text{ and } y(\pi) = 0$$

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि स्टर्म लिओविली समस्या के सभी अभिलाक्षणिक मान वास्तविक होते हैं।

Prove that eigen values of the Sturm Liouville problem are all real.

4. दर्शाइए कि फलन $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x \dots$ अन्तराल $-\pi \leq x \leq \pi$ में लाम्बिक है और संगत प्रसामान्य लाम्बिक समुच्चय ज्ञात कीजिए।

Show that the function $1, \cos x, \sin x, \cos 2x, \sin 2x \dots$ from an orthogonal set on an interval $-\pi \leq x \leq \pi$ and obtain orthonormal set.

अथवा

Or

स्टर्म लिओविली समस्या

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 ; y'(0) = 0, y'(c) = 0$$

के अभिलाक्षणिक मान और अभिलाक्षणिक फलन ज्ञात कीजिए।

Find the eigen value and eigen function of the Sturm-Liouville problem.

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \lambda y = 0 ; y'(0) = 0, y'(c) = 0$$

इकाई-III

Unit-III

5. ज्ञात कीजिए—

$$L^{-1} \left\{ \frac{3P+1}{(P-2)(P^2+1)} \right\}$$

Solve :

$$L^{-1} \left\{ \frac{3P+1}{(P-2)(P^2+1)} \right\}$$

अथवा

Or

ज्ञात करो —

$$L \{ \sin \sqrt{t} \}$$

Find :

$$L \{ \sin \sqrt{t} \}$$

6. फलन का लाप्लास रूपांतरण ज्ञात करो—

$$F(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \leq t \leq 5 \\ 1, & t > 5 \end{cases}$$

Find the laplace transform of the function

$$F(t) = \begin{cases} 2t, & 0 \leq t \leq 5 \\ 1, & t > 5 \end{cases}$$

अथवा

Or

प्रथम (स्थानांतरण) शिफ्टिंग प्रमेय लिखिए तथा सिद्ध कीजिए।

State and prove first shifting theorem.

इकाई-IV

Unit-IV

7. हल कीजिये—

$$x^2p + y^2q = z^2$$

Solve :

$$x^2p + y^2q = z^2$$

अथवा

Or

चारपिट विधि से हल कीजिये।

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

Solve by charpit's method :

$$z = px + qy + p^2 + q^2$$

8. हल कीजिये—

$$P + 3q = 5z + \tan(y - 3x)$$

Solve :

$$P + 3q = 5z + \tan(y - 3x)$$

अथवा

Or

चारपिट विधि से हल कीजिये।

$$q = px + p^2$$

Solve by charpit's method :

$$q = px + p^2$$

इकाई-V

Unit-V

9. हल कीजिये—

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$$

Solve :

$$(D^2 - 2DD' + D'^2)z = 12xy$$

अथवा

Or

H-5140

हल कीजिये—

$$(D^2 + DD' + D' - 1)z = \sin(x + 2y)$$

Solve :

$$(D^2 + DD' + D' - 1)z = \sin(x + 2y)$$

10. हल कीजिये—

$$(D^2 + 2DD' + D'^2)z = e^{2x+3y}$$

Solve :

$$(D^2 + 2DD' + D'^2)z = e^{2x+3y}$$

अथवा

Or

हल कीजिए—

$$r - 2s + t = \sin(2x + 3y)$$

Solve :

$$r - 2s + t = \sin(2x + 3y)$$