

G-5139

B. Sc. B. Ed. (Third Semester) Examination,
Dec. 2021

MATHEMATICS

Paper : Third M-3.1 (Elective-III)

(Advance Calculus)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 30

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिये। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any five questions. One question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I

Unit-I

1. (a) सिद्ध कीजिये कि प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम एक परिवद्ध अनुक्रम होता है।

G-5139

PTO

Prove that every convergent sequence is bounded.

(b) श्रेणी की अभिसारिता का परीक्षण कीजिए—

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$$

Test the convergence of the series :

$$\frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{3}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{5}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots$$

अथवा

Or

2. (a) P -श्रेणी परीक्षण लिखिये एवं सिद्ध कीजिये।

State and prove P -series test.

(b) श्रेणी की अभिसारिता की जाँच कीजिए—

$$x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} + \dots x > 0$$

Examine the convergence of the series :

$$x + \frac{2^2 x^2}{2!} + \frac{3^3 x^3}{3!} + \frac{4^4 x^4}{4!} + \dots x > 0$$

G-5139

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$$

अथवा

Or

4. (a) फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ के लिए रौली प्रमेय को सत्यापित कीजिये।

Verify Rolle's theorem for the function

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6.$$

- (b) फलन के सांतत्य का परीक्षण $x=0$ पर कीजिए :

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & \text{जब } x \neq 0 \\ 0, & \text{जब } x = 0 \end{cases}$$

Discuss the continuity of the following function at

 $x=0$

$$f(x) = \begin{cases} \sin \frac{1}{x}, & \text{when } x \neq 0 \\ 0, & \text{when } x = 0 \end{cases}$$

5. (a) ऑयलर का प्रमेय लिखिये व सिद्ध करो।

State and prove Euler theorem.

- (b) सिद्ध करो—

$$\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} \times \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = 1$$

Prove that :

$$\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)} \times \frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = 1$$

अथवा

Or

6. (a) यदि $u = \sin^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ तो दर्शाइए कि

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$$

If $u = \sin^{-1} \frac{x+y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}$ then show that

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$$

(b) यदि $u = e^{xyz}$ सिद्ध कीजिये

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xyz + x^2 y^2 z^2) e^{xyz}$$

If $u = e^{xyz}$ then prove that :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y \partial z} = (1 + 3xyz + x^2 y^2 z^2) e^{xyz}$$

इकाई-IV

Unit-IV

7. (a) फलन $u = \sin x \sin y \sin(x+y)$ के उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ मानों की विवेचना कीजिये।

Find the maxima & minima of function

$$u = \sin x \sin y \sin(x+y)$$

(b) यदि $x+y+z=a$ है तो xyz का उच्चिष्ठ मान ज्ञात करो।

If $x+y+z=a$ then find the maximum value of xyz .

अथवा

Or

8. (a) फलन $u = \sin x + \sin y + \sin(x+y)$ के उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ मानों की विवेचना कीजिए।

Find the maxima & minima of function

$$u = \sin x + \sin y + \sin(x+y).$$

(b) तीन संख्याओं को ज्ञात कीजिए जिनका योग 30 है और उनका गुणनफल महत्तम है।

Find three positive numbers, whose sum is 30 and whose product is maximum.

- इकाई-V

Unit-V

9. (a) सिद्ध करो

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

Prove that

$$\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$$

(b) सिद्ध करो

$$\beta(m, n) = \beta(n, m)$$

Prove that

$$\beta(m, n) = \beta(n, m)$$

अथवा

Or

10. (a) सिद्ध करो

$$\beta(m, n) = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1} \theta \cos^{2n-1} \theta d\theta$$

Prove that

$$\beta(m, n) = 2 \int_0^{\pi/2} \sin^{2m-1} \theta \cos^{2n-1} \theta d\theta$$

(b) सिद्ध करो

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$

Prove that

$$\beta(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}$$