Printed Pages – 8

H-5122

B. Sc. B. Ed. (First Semester) Examination, Dec. 2022

MATHEMATICS

Paper : First (M-1·1) (Elective-III)

(Algebra, Trignometry & Vector Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 30

Minimum Pass Marks : 11

*नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से **एक** प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।*

***Note :** Attempt all the five questions. **One question from each unit is compulsory.** All questions carry equal marks.*

इकाई-I
Unit-I

1. (a) सममित आव्यूह एवं विषम सममित आव्यूह को समझाइए।

Explain Symmetric and Skew Symmetric matrices.

(b) आव्यूह

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

के लिए कैली-हैमिल्टन प्रमेय सत्यापित कीजिए।

Verify the Cayley-Hamilton's theorem for the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$$

अथवा

Or

2. (a) सिद्ध कीजिए कि यदि A एक n-पंक्ति व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, X एक $n \times 1$ आव्यूह है और B, $n \times 1$ आव्यूह है, तब समीकरणों के निकाय $AX = B$ का हल अद्वितीय होगा।

Prove that if A be an n-rowed non-singular matrix, X be an $n \times 1$ matrix, B be an $n \times 1$ matrix, the system of equations $AX = B$ has a unique solution.

(b) निम्नलिखित समीकरणों के निकाय को पूर्णतः हल कीजिए—

$x + 3y - 2z = 0$

$2x - y + 4z = 0$

$x - 11y + 14z = 0$

Solve completely the system of equations :

$x + 3y - 2z = 0$

$2x - y + 4z = 0$

$x - 11y + 14z = 0$

इकाई-II

Unit-II

3. (a) वह समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके मूल $x^3 + 3x^2 + 2 = 0$ के मूलों के घन हैं।

Find the equation whose roots are the cubes of the roots of $x^3 + 3x^2 + 2 = 0$.

(b) समीकरण $x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$ को हल कीजिए, जहाँ इनके दो मूलों का अनुपात 3 : 2 है।

Solve the equation $x^3 - 9x^2 + 14x + 24 = 0$, two of its roots being in the ratio of 3 : 2.

Or

4. (a) समीकरण $x^3 - 3x + 2 = 0$ को हल कीजिए, दिया है कि इसके दो मूल बराबर हैं।

Solve the equation $x^3 - 3x + 2 = 0$ given that two of its roots are equal.

(b) देकार्ते का चिह्न नियम के उपयोग से दर्शाइए कि समीकरण $x^9 - x^5 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ के कम से कम चार अधिकल्पित मूल हैं।

Use Descarte's rule of signs to show that the equation $x^9 - x^5 + x^4 + x^2 + 1 = 0$ has at least four imaginary roots.

इकाई-III

Unit-III

5. (a) सिद्ध कीजिए—

$$\cot\alpha + \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{n}\right) + \cot\left(\alpha + \frac{2\pi}{n}\right) + \ldots..n$$

पदों तक $= n \cot n\alpha$.

Prove that, if n be odd

$$\cot\alpha + \cot\left(\alpha + \frac{\pi}{n}\right) + \cot\left(\alpha + \frac{2\pi}{n}\right) + \ldots\ldots n \text{ to}$$

n terms $= n \cot n\alpha$.

(b) दर्शाइए

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{(n/2)+1} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$$

Show that

$$(1+i)^n + (1-i)^n = 2^{(n/2)+1} \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right)$$

अथवा

Or

6. (a) $\tan^{-1}(x+iy)$ में से वास्तविक एवं अधिकल्पित भाग अलग-अलग कीजिए।

Separate into real and imaginary parts the quantity $\tan^{-1}(x+iy)$.

(b) यदि $A + iB = C\tan(x+iy)$, तब सिद्ध कीजिए

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2 - A^2 - B^2}$$

If $A + iB = C\tan(x+iy)$, then prove that

$$\tan 2x = \frac{2CA}{C^2 - A^2 - B^2}$$

इकाई-IV

Unit-IV

7. (a) सिद्ध कीजिए कि—

$$32\cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$$

Prove that :

$$32\cos^6\theta = \cos 6\theta + 6\cos 4\theta + 15\cos 2\theta + 10$$

(b) सिद्ध कीजिए कि—

$$\tan\left(i\log\frac{a-ib}{a+ib}\right) = \frac{2aB}{a^2-b^2}$$

Prove that :

$$\tan\left(i\log\frac{a-ib}{a+ib}\right) = \frac{2aB}{a^2-b^2}$$

अथवा

Or

8. (a) ग्रेगोरी श्रेणी लिखिए एवं सिद्ध कीजिए।

State and prove Gregory's series.

(b) श्रेणी को जोड़िए—

$$1 + \frac{C^2 \cos 2\theta}{2!} + \frac{C^4 \cos 4\theta}{4!} + \ldots\ldots$$

अनन्त पदों तक।

Sum the series,

$$1 + \frac{C^2 \cos 2\theta}{2!} + \frac{C^4 \cos 4\theta}{4!} + \ldots\ldots \text{ad inf.}$$

इकाई-V
Unit-V

9. (a) यदि $u = t^2 i - tj + (2t+1)k$

तथा $v = (2t-3)i + j - tk$

तब $t = 1$, पर $\frac{d(u \cdot v)}{dt}$ का मान ज्ञात कीजिए।

If $u = t^2 i - tj + (2t+1)k$

and $v = (2t-3)i + j - tk$

then, find $\frac{d(u \cdot v)}{dt}$ at $t = 1$

(b) सदिशों का वह निकाय ज्ञात कीजिए

जो सदिश निकाय $2i + 3j - k$, $i - j - 2k$, तथा $-i + 2j + 2k$ के व्युत्क्रम हों।

Find a set of vectors reciprocal to set

$$2i + 3j - k,\ i - j - 2k, -i + 2j + 2k$$

अथवा

Or

10. (a) सिद्ध कीजिए—

$$\text{div}(\hat{r}) = \frac{2}{r}$$

Prove that :

$$\text{div}(\hat{r}) = \frac{2}{r}$$

(b) यदि $V_{(x,y,z)} = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, तो सिद्ध कीजिए कि—

$$\text{grad } V = \frac{r - k(k \cdot r)}{(r - kk \cdot r) \cdot (r - kk \cdot r)}$$

If $V_{(x,y,z)} = \log\sqrt{x^2 + y^2}$, Prove that

$$\text{grad } V = \frac{r - k(k \cdot r)}{(r - kk \cdot r) \cdot (r - kk \cdot r)}$$