

G-5122

B. Sc. B. Ed. (First Semester) Examination, Dec. 2021

MATHEMATICS

Paper : First (M-1.1) (Elective-III)

(Algebra, Trigonometry & Vector Analysis)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 30

नोट : किन्हीं पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।

Note : Attempt any five questions. One question from each unit is compulsory. All questions carry equal marks.

इकाई-I

Unit-I

1. (a) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$ के आइगन मान एवं आइगेन

सदिश ज्ञात करें।

G-5122

PTO

Find the eigen values and corresponding eigen vectors of the matrix :

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

(b) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ के लिए अभिलाक्षणिक

समीकरण ज्ञात करो। कैली-हैमिल्टन प्रमेय को सत्यापित करो तथा इस विधि का प्रयोग करते हुए A^{-1} ज्ञात करो।

Find the characteristics equation of the matrix

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Verify Cayley-Hamilton theorem and using the theorem, find A^{-1} .

अथवा

Or

G-5122

(a) आव्यूह $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$ को प्रसामान्य रूप में

परिवर्तित कीजिये और आव्यूह A की जाति ज्ञात कीजिये।

Reduce the matrix to its normal form and find its rank.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 7 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \end{bmatrix}$$

(b) आव्यूह विधि द्वारा समीकरण हल करें—

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x - y + 2z = 1$$

$$2x - 2y + 3z = 2$$

$$x - y + z = -1$$

Solve the following equation using matrix method :

$$x + 2y - z = 3$$

$$3x - y + 2z = 1$$

$$2x - 2y + 3z = 2$$

$$x - y + z = -1$$

इकाई-II

Unit-II

3. (a) समीकरण $x^4 + 15x^3 + 70x^2 + 120x + 64 = 0$ को हल कीजिये। जबकि यह दिया हुआ है कि समीकरण के मूल वास्तविक एवं गुणोत्तर श्रेणी में हैं।

Solve $x^4 + 15x^3 + 70x^2 + 120x + 64 = 0$ the roots are real and form a G.P.

(b) व्युत्क्रम समीकरण $x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$ को हल कीजिये।

Solve the reciprocal equation

$$x^4 - 10x^3 + 26x^2 - 10x + 1 = 0$$

अथवा

Or

4. (a) $x^3 - 7x^2 + 36 = 0$ को हल कीजिए, यह दिया हुआ है कि एक मूल दूसरे का दो गुना है।

Solve $x^3 - 7x^2 + 36 = 0$ given that one root is double of the root.

- (b) समीकरण $x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$ को रूपान्तरित कीजिए, जिसमें द्वितीय पद नहीं हो।

Transform into an equation lacking the second term

$$x^4 + 4x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = 0$$

इकाई-III

Unit-III

5. (a) डी० मायवर के उपयोग से $\sqrt[3]{1}$ के सभी मान ज्ञात कीजिये।

Find all the values of $\sqrt[3]{1}$ using De-Moivre's theorem.

- (b) $(1+i)$ को ध्रुवीय रूप में लिखें।

Write $(1+i)$ in polar form.

अथवा

Or

6. (a) सिद्ध कीजिये कि—

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

Prove that :

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \cos n\theta + i \sin n\theta$$

- (b) हल कीजिये—

$$x^2 + 1 = 0$$

Solve it :

$$x^2 + 1 = 0$$

इकाई-IV

Unit-IV

7. (a) $\cos^{10} \theta$ को कोज्या श्रेणी के गुणज में विस्तार करो।

Express $\cos^{10} \theta$ as a series of cosine of multiples of θ .

- (b) यदि $n = \log \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2} \right)$ सिद्ध कीजिये—

$$\tanh \frac{n}{2} = \tan \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

If $n = \log \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\theta}{2}\right)$, prove that :

$$\tanh \frac{4}{2} = \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

अथवा

Or

8. (a) व्यंजक $\tan^{-1}(\cos\theta + i\sin\theta)$ के वास्तविक एवं अधि-कल्पित भागों को अलग कीजिये।

Separate into its real and imaginary parts the quantity $\tan^{-1}(\cos\theta + i\sin\theta)$.

- (b) सिद्ध कीजिये—

$$\sinh^{-1} x = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$

Prove that :

$$\sinh^{-1} x = \log\left(x + \sqrt{x^2 + 1}\right)$$

इकाई-V

Unit-V

G-5122

PTO

9. (a) यदि $r = xi + yj + zk$ तब सिद्ध करो कि—

$$\text{curl}(r^n r) = 0$$

If $r = xi + yj + zk$ then prove it :

$$\text{curl}(r^n r) = 0.$$

- (b) सिद्ध करो कि—

$$\text{div}(r^n r) = (n+3)r^n$$

Prove that :

$$\text{div}(r^n r) = (n+3)r^n$$

अथवा

Or

10. (a) $\text{div curl } f$ ज्ञात कीजिये जहाँ $f = x^2 yi + xzj + 2 yzk$

Find out $\text{div curl } f$ where $f = x^2 yi + xzj + 2 yzk$.

- (b) यदि $r^n r$ परिनालकीय है तब सिद्ध कीजिये $n = -3$ जहाँ

$$r = xi + yj + zk$$

If $r^n r$ is irrotational then prove $n = -3$ where

$$r = xi + yj + zk$$