

I-5123

B. Sc. B. Ed. (First Semester) Examination,
Dec. 2023

MATHEMATICS

Paper : Secbnd (M-1.2) (Elective-III)

(Calculus and Geometry)

Time Allowed : Three hours

Maximum Marks : 30

नोट : प्रत्येक इकाई से दो प्रश्न करना अनिवार्य है। सभी प्रश्नों
के अंक समान हैं।

Note : Two questions from each unit is compulsory. All
questions carry equal marks.

इकाई-I

Unit-I

1. (a) सिद्ध कीजिए कि दिए गए अन्तराल में फलन $f(x)$,
 $x=1$ पर संतत है—

I-5123

PTO

$$f(x) = \begin{cases} -x+c & , \text{ यदि } x \leq 1 \\ 6-2x^2 & , \text{ यदि } x > 1 \end{cases}$$

तो C का मान ज्ञात कीजिए।

Let

$$f(x) = \begin{cases} -x+c & , \text{ if } x \leq 1 \\ 6-2x^2 & , \text{ if } x > 1 \end{cases}$$

Find a value of C so that $f(x)$ is continuous at
 $x=1$.

- (b) सिद्ध कीजिए कि दिये गये अन्तराल में फलन $f(x)$ संतत
 $x=0$ है—

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x)+1 & , \text{ जहाँ } x \leq 0 \\ 2-3x & , \text{ जहाँ } x > 0 \end{cases}$$

Show that the function, $f(x)$ given by :

$$f(x) = \begin{cases} \cos(x)+1 & , \text{ when } x \leq 0 \\ 2-3x & , \text{ when } x > 0 \end{cases}$$

is continuous at $x=0$.

2. (a) सिद्ध कीजिए कि फलन $f: R \rightarrow R$ में परिभाषित है—

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^2} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

तब फलन अवकलनीय तो है, परन्तु संतत नहीं है।

Let $f: R \rightarrow R$ be defined by

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x^2} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$$

f is differentiable but its derivatives is not continuous.

- (b) सिद्ध कीजिए कि फलन $x=6$ पर संतत तो है, परन्तु अवकलनीय नहीं है—

$$F(x) = |x - 6|$$

Show that the function is continuous, but not differentiate on $x = 6$.

$$F(x) = |x - 6|$$

3. (a) मैक्लॉरिन प्रमेय लिखिए व सिद्ध कीजिए।
State and prove Maclaurin's theorem.

- (b) टेलर प्रमेय से $\tan x$ को $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ की घातों में प्रसार कीजिए।

Expand $\tan x$ in power of $\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ by Taylor's theorem.

अथवा

Or

4. (a) टेलर प्रमेय लिखिए व सिद्ध कीजिए।
State and prove Taylor's theorem.

- (b) मैक्लॉरिन प्रमेय से $\log(1+x^2)$ का प्रसार कीजिए।

Expand $\log(1+x^2)$ by Maclaurin's theorem.

अथवा

Or

5. (a) वक्र

$$x^3 + 4x^2y - xy^2 - 2y^3 + 2xy + 3y^2 + x + 2 = 0$$

की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the Asymptotes of the curve

$$x^3 + 4x^2y - xy^2 - 2y^3 + 2xy + 3y^2 + x + 2 = 0$$

(b) वक्र

$$y^2(a+x) = x^2(a-x); a > 0$$

का अनुरेखण कीजिए।

Trace the curve

$$y^2(a+x) = x^2(a-x); a > 0$$

अथवा

Or

6. (a) वक्र

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

की अनन्तस्पर्शियाँ ज्ञात कीजिए।

Find the Asymptotes of the curve

$$x^3 + 2x^2y - xy^2 - 2y^3 + xy - y^2 = 1$$

(b) वक्र $y^2(3a+x) = x^2$ का अनुरेखण कीजिए।Trace the curve $y^2(3a+x) = x^2$.7. (a) दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ का सम्पूर्ण क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the whole area of the ellipse

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

(b) वक्र $xy^2 = 4a^2(2a-x)$ से घिरा हुआ क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of curve

$$xy^2 = 4a^2(2a-x)$$

अथवा

Or

8. (a) सिद्ध कीजिए कि वक्र $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ की सम्पूर्ण लम्बाई $6a$ है।

Prove that whole length of the curve

$$x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3} \text{ is } 6a.$$

- (b) वक्र $x^2 + y^2 = a^2$ का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

Find the area of curve $x^2 + y^2 = a^2$.

इकाई-V

Unit-V

9. (a) उस शंकु का समीकरण ज्ञात करो जिसका शीर्ष $(0, 0, 3)$ तथा आधार वक्र $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ है।

Find the equation of cone whose vertex is $(0, 0, 3)$ and base curve is circle $x^2 + y^2 = 4, z = 0$.

- (b) उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए, जिसका

अक्ष $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6}$ तथा त्रिज्या 5 है।

Find the equation of right circular cylinder, whose

axis is $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{6}$ and radius is 5.

अथवा

Or

10. (a) सिद्ध कीजिए कि दिए गए शंकु का समीकरण जिसका शीर्ष $(0, 0, 0)$ तथा आधार वक्र $z = k; f(x, y) = 0$ है।

$$f\left(\frac{xk}{z}, \frac{yk}{z}\right) = 0$$

Prove that the equation of the cone, whose vertex is $(0, 0, 0)$ and the base curve $z = k; f(x, y) = 0$ is.

$$f\left(\frac{xk}{z}, \frac{yk}{z}\right) = 0$$

- (b) उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी जनक रेखा

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{4} \text{ के समान्तर है तथा अक्ष}$$

$$x^2 + 2y^2 = 0; z = 0 \text{ है।}$$

Find the equation of the cylinder, whose generator

is parallel to the line $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-3}{4}$ and base

curve is $x^2 + 2y^2 = 0; z = 0$.